

PHAN BÁ NGỌC

HÀM BIẾN PHỨC **VÀ** **PHÉP BIẾN ĐỔI** **LAPLAXƠ**

In lần thứ hai



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC - 1996

PHAN BÁ NGỌC



HÀM BIẾN PHỨC VÀ PHÉP BIẾN ĐỔI LAPLAXƠ

(DÙNG CHO SINH VIÊN CÁC TRƯỜNG ĐẠI HỌC KỸ THUẬT)
In lần thứ 2



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

CHƯƠNG I : SỐ PHỨC

LỜI NÓI ĐẦU

Tài liệu này gồm nội dung phát triển của các bài giảng về "**Hàm biến phức và phép biến đổi Laplace**" cho học sinh các khoa Điện và Vô tuyến điện, Trường Đại học Bách Khoa Hà Nội.

Vì sách được viết nhằm đối tượng chủ yếu là sinh viên các trường đại học kỹ thuật, nên khi biên soạn, chúng tôi chú trọng nhiều tới ý nghĩa các khái niệm và cách vận dụng các định lý hơn là việc trình bày cơ sở toán học chặt chẽ.

Về mặt sư phạm, chúng tôi đã cố gắng trình bày thật tỉ mỉ, nêu cách đặt vấn đề ở cuối sách.

Sách này cũng có thể dùng được cho các kỹ sư.

Soạn một giáo trình có chất lượng tốt là một việc hết sức khó khăn. Khi soạn, chắc không tránh khỏi những thiếu sót, chúng tôi rất mong bạn đọc góp ý phê bình.

Trong quá trình biên soạn, chúng tôi đã được các đồng chí trong Tổ biên tập sách khoa học tự nhiên Nhà xuất bản Giáo dục chuyên nghiệp giúp đỡ rất nhiều, chúng tôi xin thành thật cảm ơn.

TÁC GIẢ

MỤC LỤC

	Trang
Chương I. Số phức	5
§1. Định nghĩa số phức	5
§2. Phép tính về số phức	6
§3. Biểu diễn hình học của số phức. Dạng lượng giác của số phức	9
§4. Căn bậc n của số phức viết dưới dạng lượng giác	17
§5. Giới hạn của dãy số phức	20
§6. Mặt phẳng phức mở rộng Mặt cầu Riman	22
§7. Chuỗi số phức	22
Chương II. Hàm biến phức. đạo hàm của hàm biến phức	26
§1. Khái niệm về miền và biên của miền	26
§2. Định nghĩa hàm biến phức	29
§3. Phép biến hình thực hiện bởi một hàm biến phức	31
§4. Hàm ngược	34
§5. Giới hạn của hàm biến phức	35
§6. Hàm liên tục	37
§7. Định nghĩa đạo hàm	37
§8. Các quy tắc tính đạo hàm	42
§9. Ý nghĩa hình học của $ f'(z) $ và $\text{Arg}f'(z)$	43
§10. Hàm giải tích	45
§11. Quan hệ giữa hàm giải tích và hàm điều hòa	46
Chương III. Các hàm giải tích sơ cấp cơ bản	50
§1. Hàm lũy thừa $w = z^n$	50
§2. Hàm $w = \sqrt[n]{z}$	51
§3. Hàm mũ	54
§4. Hàm lôga	56
§5. Hàm lượng giác	58
§6. Hàm hypecbôn	60
§7. Hàm lượng giác ngược	63
§8. Hàm hypecbôn ngược	65
§9. Hàm lũy thừa phức tổng quát $w = z^a$	65
§10. Ứng dụng trong giải tích	66
§11. Ứng dụng số phức trong tính toán mạch điện	69
Chương IV. Tích phân hàm biến phức	75
§1. Tích phân của một hàm biến phức	75
§2. Sự tồn tại tích phân của hàm biến phức	75
§3. Các tính chất của tích phân	76
§4. Công thức ước lượng tích phân	80
§5. Định lý Côsi cho miền đơn liên	81
§6. Định lý Côsi cho miền đa liên	83

§7. Tích phân không phụ thuộc đường đi	85
§8. Tích phân bất định	88
§9. Công thức Niuton - Lepnit	89
§10. Công thức tích phân Côsi	90
§11. Tích phân loại Côsi	94
§12. Đạo hàm cấp cao của một hàm giải tích	96
§13. Bất đẳng thức Côsi và định lý Liuvin	97
Chương V. Chuỗi hàm biến phức	100
§1. Đại cương về chuỗi hàm biến phức	100
§2. Chuỗi lũy thừa	105
§3. Chuỗi Taylo của một hàm giải tích	108
§4. Không điểm của một hàm giải tích	113
§5. Chuỗi Lôrăng	114
§6. Phân loại điểm bất thường	124
§7. Dạng điều của hàm tại lân cận điểm vô cùng	126
Chương VI. Lý thuyết thặng dư	131
§1. Định nghĩa thặng dư	131
§2. Cách tính thặng dư	131
§3. Thặng dư Lôga	135
§4. Ứng dụng lý thuyết thặng dư để tính tích phân dọc theo một đường cong kín	138
§5. Tích phân thực dạng $\int_{-\infty}^{+\infty} R(x)dx$, $R(x)$ là phân thức hữu tỉ	139
§6. Tích phân dạng $\int_{-\infty}^{+\infty} R(x) \cos \alpha x dx$ và $\int_{-\infty}^{+\infty} R(x) \sin \alpha x dx$	145
§7. Tích phân dạng $\int_0^{2\pi} f(\sin t, \cos t) dt$	148
§8. Một số ví dụ khác về tính tích phân	150
§9. Biểu diễn một hàm số thực dưới dạng tích phân	154
§10. Ứng dụng thặng dư để tính tổng của chuỗi số	156
§11. Định lý cơ bản của đại số	158
§12. Tính số không điểm của một đa thức	160
Chương VII. Phép biến hình bảo giác	165
§1. Biến hình bảo giác	165
§2. Phép biến hình tuyến tính $w = az + b$	166
§3. Phép nghịch đảo $w = \frac{1}{z}$	167
§4. Phép biến hình phân tuyến tính	172
§5. Phép biến hình Giucôpxki	174
§6. Các nguyên lý chung của phép biến hình bảo giác	177
§7. Công thức Sovac - Crixôphen	182

§8. Một số ví dụ về phép biến hình bảo giác	187
Chương VIII. Ứng dụng hàm phức trong lý thuyết trường	196
§1. Trường vectơ song phẳng	196
§2. Trường vận tốc thủy lực	198
§3. Bài toán chảy lượn quanh một vật	202
§4. Trường tĩnh điện phẳng	208
Chương IX. Phép biến đổi laplaxơ thuận	213
§1. Phương pháp của phép tính toán tử	213
§2. Định nghĩa hàm gốc	214
§3. Định lý cơ bản	215
§4. Định nghĩa toán tử Laplaxơ	216
§5. Tính chất tuyến tính của toán tử	218
§6. Tính chất đồng dạng	219
§7. Tính chất chuyển dịch ảnh	220
§8. Tính chất trễ	221
§9. Ảnh của một hàm tuần hoàn	224
§10. Đạo hàm gốc	226
§11. Tích phân gốc	227
§12. Đạo hàm ảnh	228
§13. Tích phân ảnh	229
§14. Ảnh của tích chập	230
§15. Ảnh của tích hai gốc	233
§16. Quan hệ giữa gốc và ảnh	234
§17. Điều kiện đủ để $F(p)$ là hàm ảnh	237
§18. Công thức tìm gốc của một phân thức thực sự	237
§19. Phương pháp thực hành để tìm gốc của một phân thức hữu tỷ	243
§20. Tìm gốc dưới dạng chuỗi	246
§21. Dùng công thức phân ảnh và công thức Duyhamen	247
§22. Biến đổi Laplaxơ của các hàm đặc biệt	248
§23. Bảng tóm tắt các công thức cơ bản và bảng ảnh thông dụng	256
Chương X. Ứng dụng của phép biến đổi laplaxơ	261
§1. Phương trình vi phân tuyến tính hệ số hằng số	261
§2. Phương trình vi phân hệ số biến thiên	270
§3. Ứng dụng để giải phương trình đạo hàm riêng	271
§4. Ứng dụng để giải phương trình tích phân	276
§5. Ứng dụng trong tính toán mạch điện	277
Chương XI. Một số phép biến đổi khác	287
§1. Phép biến đổi Laplaxơ - Cacsông	287
§2. Phép biến đổi Fuariê	287
§3. Phép biến đổi Laplaxơ rời rạc	292
Đáp số các bài tập	298